Collège des Saints Cœurs
Aïn Najm

Examen 1, 23 Janvier 2020
Classe de 3ème
Durée : 120 minutes

Mathématiques

Exercice 1 : (1+1+1)

$$A = \frac{1-\frac{9}{32}\times\frac{8}{3}}{\left(\frac{-1}{3}\right)^2} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{9}} = \frac{9}{4}$$

$$B = \frac{33^2-0.003}{10^9-10^7} = \frac{11^2\times3^2\times3\times10^{-3}}{10^7(10^2-1)} = \frac{3^3\times11^2}{10^{10}\times3^2\times11} = 33\times10^{-10} = 3{,}3\times10^{-9}.$$

$$C = \left(\sqrt{2}-3\right)^2 + \left(3\sqrt{2}+1\right)^2 = 2-6\sqrt{2}+9+18+6\sqrt{2}+1 = 30$$

Exercice 2 : (1 + ½+ 1¾ + 1¾)

1) a) $A(x) = x^2-4-(4x-8)(2x+1) = (x-2)(x+2)-4(x-2)(2x+1) = (x-2)(-7x-2)$
$B(x) = 2x^2+4x+2-(x+4)(x+1) = 2(x+1)^2-(x+4)(x+1) = (x+1)(x-2)$

2) $B(x) = 2x^2+4x+2-x^2-x-4x-4 = x^2-x-2.$

3) a) $A(x) = 0$; $(x-2)(-7x-2) = 0$; $x-2=0$ ou $-7x-2=0$; $x=2$ ou $x=\frac{-2}{7}$
Les solutions de cette équation sont : 2 et $\frac{-2}{7}$.

b) $A(x) = B(x)$; $A(x)-B(x) = 0$
$(x-2)(-7x-2)-(x+1)(x-2) = 0$
$(x-2)(-8x-3) = 0$
$x-2=0$ ou $-8x-3=0$
$x=2$ ou $x=\frac{-3}{8}$
Les solutions de cette équation sont : 2 et $\frac{-3}{8}$

c) $B(x)+x = 0$
$x^2-x-2+x = 0$
$x^2-2 = 0$
$x=\sqrt{2}$ ou $x=-\sqrt{2}$

4) $H(x) = \frac{A(x)}{(x+1)(x-2)} = \frac{(x-2)(-7x-2)}{(x+1)(x-2)}$
a) $H(x)$est définie si $(x+1)(x-2)\neq0$; $x\neq-1$ et $x\neq2$
$H(x) = \frac{-7x-2}{x+1}$
b) $H\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{-7\times\frac{1}{2}-2}{\frac{1}{2}+1} = \frac{-11}{3}$
c)$H(x) = -2$
$\frac{-7x-2}{x+1} = -2$
$5x = 0$
$x = 0$
0 est la solution de cette équation.

Exercice 3 : (1¾ + 1 + 1 ¼)

1) a) $a^2 = \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{14-6\sqrt{5}}{4} = \frac{7-3\sqrt{5}}{2}$

$\frac{1}{a} = \frac{2(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$

b) $A = a^2 + \frac{1}{a} + \sqrt{5} = \frac{7-3\sqrt{5}}{2} + \frac{3+\sqrt{5}}{2} + \sqrt{5} = 5 \quad entier$.

2) $A(x) = \frac{x(x+1)}{x^2-1} + \frac{x+1}{x^2-1} = \frac{x^2-x+x+1}{x^2-1} = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

b)$A(x) = 0$; $\frac{x^2+1}{x^2-1} = 0$

$x^2 + 1 = 0;\quad x^2 = -1 \ pas\ de\ solutions$

3) $\frac{2x-9}{6} \leq \frac{6x-12}{6}$

$-4x \leq -3$

$x \geq \frac{3}{4}$

Et $\frac{6-2x-2}{6} > \frac{6-9x}{6}$

$7x > 2$

$x > \frac{2}{7}$

La solution de ce système est $x \geq \frac{3}{4}$

Exercice 4 : (1 + ¾ + ½ + 1¼)

1)a) $S(x) = 4x^2 - 4x + 1 + x + 1 - 2x^2 - 2x = 2x^2 - 5x + 2$

b) $S(x) = 2$

$2x^2 - 5x + 2 = 2$

$x(2x - 5) = 0$

$x = 0 \quad ou \quad 2x - 5 = 0 \quad ; \quad x = \frac{5}{2}$

Les solutions de cette équation sont : 0 et $\frac{5}{2}$

2) $S(x) = (2x-1)^2 + (1-2x)(x+1) = (1-2x)(2-x)$

Partie B :

1)Si E est le milieu de [AB] alors AB=2AE

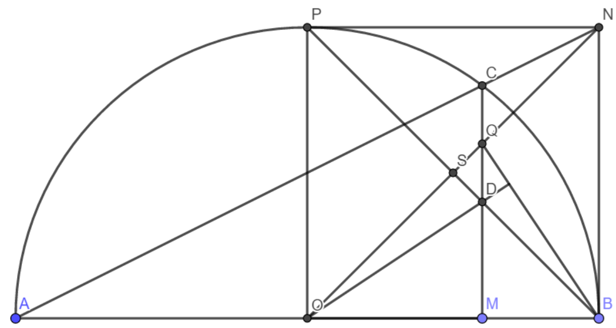
$2x - 1 = 2(x+1)$; $2x - 2x = 5$; $0x = 5$. $\quad Pas\ de\ solution$

Donc E ne peut pas être le milieu de [AB].

2) a)$A_{BEFC} = A_{ABCD} - A_{AEFD} = (2x-1)^2 + (1-2x)(x+1) = S(x)$

$S(x) = 2$; $\quad donc\ d'aprés\ la\ partie\ 1) \quad x = 0$ (à $rejeter\ car\ x > 2) \quad ou \quad x = \frac{5}{2}$

Exercice 5 : (½ + ¾ +1¼ +1+ ¾ + ¾)



2) Dans le triangle OCM rectangle en M et d'après le théorème de Pythagore on écrit :

$CM^2 + OM^2 = OC^2; \quad CM^2 = 25 - 9 = 16$ donc $CM = 4\text{cm}$

3) On a (CM)//(MB) puisqu'elles sont perpendiculaire à (OB), d'après le théorème de Thalès les côtés des triangles AMC et ABN sont respectivement proportionnels d'où :

$\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{CM}{BN}; \ \dfrac{8}{10} = \dfrac{4}{BN}$ donc $BN = \dfrac{4 \times 10}{8} = 5$ cm

4) On a (NP) et (NB) deux tangentes au cercle (C) donc $NB = NP = 5$ cm.

On obtient $OP = OB = NB = NP = 5$ cm et $OBN = 90^0$ Par la suite OBNP est un carré.

5) Dans le triangle OQB, les hauteurs (BS) et (QM) se coupent en D donc D est l'orthocentre du triangle OBQ. On conclut que la 3eme hauteur (OD) est perpendiculaire à (BQ).

6) Les triangles BMQ et BSQ rectangles en M et S respectivement ont la même hypoténuse [BQ], donc ils sont inscrits dans le même cercle de diamètre [BQ]. Par la suite le quadrilatère MBQS est inscriptible.