

Mathématiques (2)

Exercice 1 (2 pts)

1) Calculer en montrant les étapes.

$$C = (2 \times 3 - 5)^3 - 3 \times 2^3 = 1^3 - 3 \times 8 = -23 \quad D = \frac{10^{-4} \times 45 \times 10^2}{3 \times 10^{-2} \times 5} = 3 \times 10^{-4} \times 10^2 \times 10^2 = 3$$

2) Ecrire sous la forme d'une puissance de 10.

$$E = \frac{10^5 \times 10^{-4}}{(10^3)^3 \times 10} = 10^5 \times 10^{-4} \times 10^{-9} \times 10^{-1} = 10^{-9} \quad F = \frac{2,5^4 \times 10^{-8} \times 4^4}{10^{-9}} = 10^4 \times 10^{-8} \times 10^9 = 10^5$$

Exercice 2 (3,5 pts)

Développer :

$$G = 2(a-5)(a-3) - 3(a-3) = 2(a^2 - 3a - 5a + 15) - 3a + 9 = 2a^2 - 19a + 39$$

$$H = 7 - (-2a + 3) - (a - 8)(3 + a) = 7 + 2a - 3 - (3a + a^2 - 24 - 8a) = -a^2 + 7a + 28$$

Factoriser

$$G = (a-3)[2(a-5)-3] = (a-3)(2a-10-3) = (a-3)(2a-13)$$

$$I = (3a-6) - (a-2)(2a+1) = 3(a-2) - (a-2)(2a+1) = (a-2)[3-(2a+1)] = (a-2)(2-2a)$$

$$J = (-4+x)(3-x) + 2(3-x)^2 = (3-x)[(-4+x) + 2(3-x)] = (3-x)(-4+x+6-2x) = (3-x)(-x+2)$$

Exercice 3 (2 pts)

1) Ecrire sous la forme d'une fraction irréductible en montrant les étapes.

$$A = \frac{7 - \frac{1}{2}}{7 + \frac{3}{4}} = \frac{13}{2} \times \frac{4}{31} = \frac{26}{31} \quad B = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{7}{4}}{\frac{5}{6}} = \frac{7}{6} \times \frac{6}{5} = \frac{7}{5}$$

$$2) 1 - \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{10}\right) = \frac{3}{10}$$

Exercice 3 (2,5 pts)

$$1) J = -2x(x-y) + x(3y+2x) = -2x^2 + 2xy + 3xy + 2x^2 = 5xy = 5 \times (-1) = -5$$

$$2) \frac{b}{a} = \frac{-2}{\frac{5}{-1}} = \frac{2}{5} \times 5 = 2 \quad K = \frac{1}{b} \times a = \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \quad L = \frac{2}{a} \times \frac{6b}{4} = 3 \times \frac{b}{a} = 3 \times 2 = 6$$

Exercice 4 (2 pt)

1) La masse d'un paquet est : $6,022 \times 10^{23} \times 1,99 \times 10^{-26} = 11,98378 \times 10^{-3} = 0,01198378$ Kg (environ 12 g)
 $1,198378 \times 10^{-2}$ Kg en notation scientifique.

2) Le nombre d'atomes est : $122 \times 10^{-4} / 1,99 \times 10^{-26} = 61,30653 \times 10^{22} = 6,130653 \times 10^{23}$.

Exercice 5 (4,5 pts)

- 1) Dans le triangle ABC, on a d'une part : $AB^2 = 15^2 = 225$ D'autre part : $AC^2 + BC^2 = 12^2 + 9^2 = 225$
Donc le théorème de Pythagore est vérifié et le triangle ABC est rectangle en C.
- 2) On a le triangle EJA, inscrit dans le cercle de diamètre [EA] qui est l'un de ses côtés, donc il est rectangle en J et $(EJ) \perp (AJ)$ et on a ABC rectangle en C donc $(AC) \perp (BC)$ d'où $(EJ) \parallel (BC)$
- 3) On a O milieu de [EA] (O centre du cercle) et on a K le symétrique de J par rapport à O donc O est le milieu des deux diagonales [KJ] et [EA]
Puisque $(EJ) \perp (AJ)$, on aura AJEK un rectangle.
- 4) OAJ doit être un triangle rectangle isocèle en O.

Exercice 6 (2,5 pts)

- 1) On a ABCD un rectangle donc $(BC) \perp (CD)$ et le triangle BCF est rectangle en C.
d'après le théorème de Pythagore, on a $BF^2 = BC^2 + CF^2 = 4^2 + 3^2 = 25$ donc $BF = 5$.
- 2) On a ABCD un rectangle donc $(AB) \parallel (CD)$ et puisque A, E et F sont alignés ainsi que D, F et C sont alignés, on aura $(EB) \parallel (DF)$
Et puisque $(DE) \parallel (FB)$ d'après la donnée et $EB = DF = 5\text{cm}$ (déjà démontré) donc EBFD est un losange.

Exercice 7 (1pt)

Dans le rectangle OAPB, les diagonales [AB] et [OP] ont la même longueur.

[OP] est un rayon, en promenant P sur le quart de cercle, les diagonales du rectangle qui sont de même longueur, vont rester égales à ce rayon OP d'où la longueur AB ne change pas.

